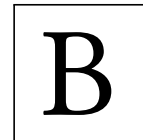


Imię i nazwisko: _____

Numer indeksu:



Zadanie:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Łącznie
Punktacja:	1	2	1	1	2	2	2	1	2	1	15
Wynik:											

1. (1 punkt) Klasa `std::vector` z biblioteki standardowej definiuje metody `size` i `capacity`. Proszę wyjaśnić znaczenie zwracanych przez nie wartości. Jaka jest złożoność czasowa wstawiania nowego elementu na pozycji środkowej `std::vector`? Jak relacja między `size` i `capacity` wpływa na złożoność czasową takiej operacji?

size - liczba elementów, *capacity* - pojemność,
wstawianie - $O(n/2) \approx O(n)$, jeżeli `size == capacity` to konieczna realokacja $O(n)$

2. (2 punkty) *Palindromem* określamy wyrażenie brzmiące tak samo, gdy jest czytane od lewej do prawej i od prawej do lewej (np. „A kilku tu klika”). Proszę zaproponować algorytm (wystarczy opis słowny), który dla listy jednokierunkowej przechowującej kolejne znaki wyrażenia (bez znaków białych) sprawdzi, czy wyrażenie jest palindromem. Algorytm powinien działać w czasie liniowym $O(n)$ i korzystać ze stałej ilości pamięci pomocniczej $O(1)$.

Zarys algorytmu:

1. Znajdź środek listy (dwa wskaźniki: szybki/wolny).
2. Odwróć drugą połowę listy (odwracanie w miejscu).
3. Sprawdź, czy pierwsza i druga połowa są identyczne.
4. Odwróć drugą połowę listy ponownie, aby uzyskać listę początkową.

3. (1 punkt) Klasa Stack implementuje funkcjonalność stosu z metodami `top`, `push`, `pop`, `empty`, `size`. Obiekt `s1` klasy Stack powstał z pustego stosu przez wstawienie w kolejności elementów `{13, 17, 19, 23, 29}`. Proszę zapisać implementację (C++/pseudokod) odwrócenia kolejności elementów w obiekcie `s1` przy wykorzystaniu dwóch pustych stosów pomocniczych `s2` i `s3`. Jaka wartość zwróci wywołanie metody `s1.top()` przed i po odwróceniu stosu?

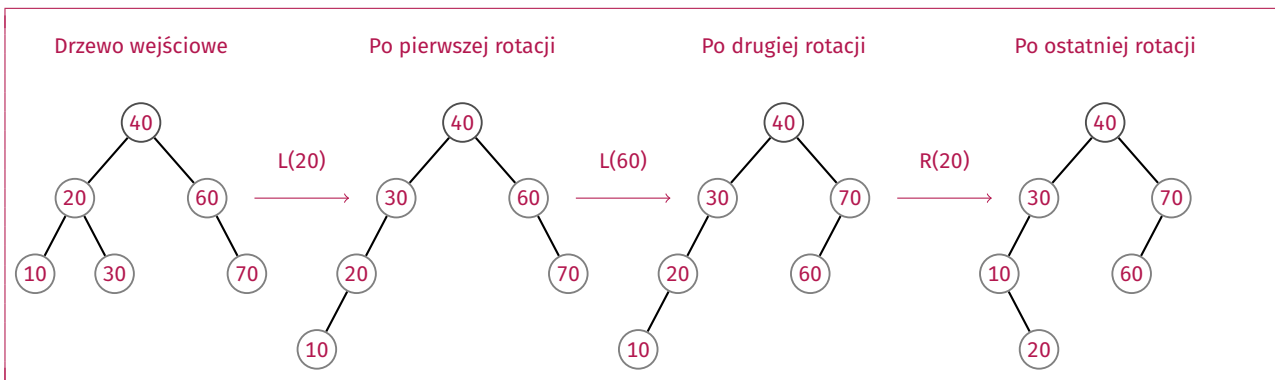
```

while (!s1.empty()) {
    s2.push(s1.top());
    s1.pop();
}
while (!s2.empty()) {
    s3.push(s2.top());
    s2.pop();
}
while (!s3.empty()) {
    s1.push(s3.top());
    s3.pop();
}
// Przed odwróceniem: s1.top() == 29, po odwróceniu: s1.top() == 13
    
```

4. (1 punkt) Proszę wyjaśnić, na czym polega zastosowanie wartownika (*sentinel*) w przeszukiwaniu liniowym listy i jak wpływa na liczbę wykonywanych operacji porównań.

Wartownik - specjalny element oznaczający koniec listy, zastępuje wykorzystanie `nullptr`. Wstawienie wartości szukanej do wartownika pozwala wykonywać jedno porównanie mniej na iterację, bo nie ma konieczności sprawdzania warunku końca listy (mamy pewność, że w najgorszym wypadku zatrzymamy się na strażniku).

5. (2 punkty) Proszę uzupełnić ciąg rotacji przekształcających drzewo wejściowe w wyjściowe. Dla każdego kroku proszę naszkicować stan drzewa, określić kierunek przeprowadzonej rotacji i wskazać wierzchołek będący korzeniem rotacji.



6. (2 punkty) Proszę wyjaśnić zasadę działania algorytmu sortowania przez wybieranie (*selection sort*) (opis lub pseudokod). Jaka jest złożoność czasowa działania algorytmu (średnia, najlepsza, najgorsza) i pamięciowa? Czy jest to algorytm stabilny? Proszę zilustrować działanie algorytmu dla przedstawionej tablicy.

Powiększa obszar posortowany dobierając na koniec najmniejszy element z obszaru nieposortowanego.

- Złożoność czasowa: $O(n^2)$, $O(n^2)$, $O(n^2)$
- Złożoność pamięciowa: $O(1)$
- Stabilność: nie

13 29 17 23 19 → 13 17 29 23 19 → 13 17 19 23 29 → 13 17 19 23 29 → 13 17 19 23 29

7. (2 punkty) Proszę wyjaśnić zasadę działania algorytmu sortowania przez scalanie (*merge sort*) (opis lub pseudokod). Jaka jest złożoność czasowa działania algorytmu (średnia, najlepsza, najgorsza) i pamięciowa? Czy jest to algorytm stabilny? Proszę zilustrować działanie algorytmu dla przedstawionej tablicy.

Sortuje zakres dzieląc go rekursywnie na mniejsze fragmenty i następnie scalając posortowane części.

- Złożoność czasowa: $O(n \log n)$, $O(n \log n)$, $O(n \log n)$
- Złożoność pamięciowa: $O(n)$
- Stabilność: tak

13 29 17 23
↓
13 29 17 23
13 29 17 23
13 29 17 23
13 17 23 29

8. (1 punkt) Do każdego z węzłów drzewa proszę dopisać wysokość w danym węźle i współczynnik wyważenia (*balance factor*). Czy przedstawione drzewo jest drzewem AVL?

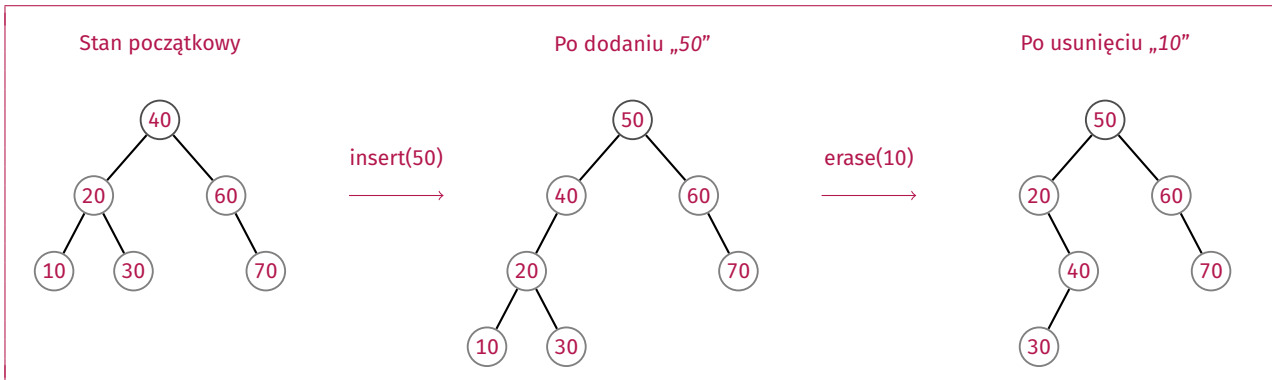
wysokość / balance factor

```

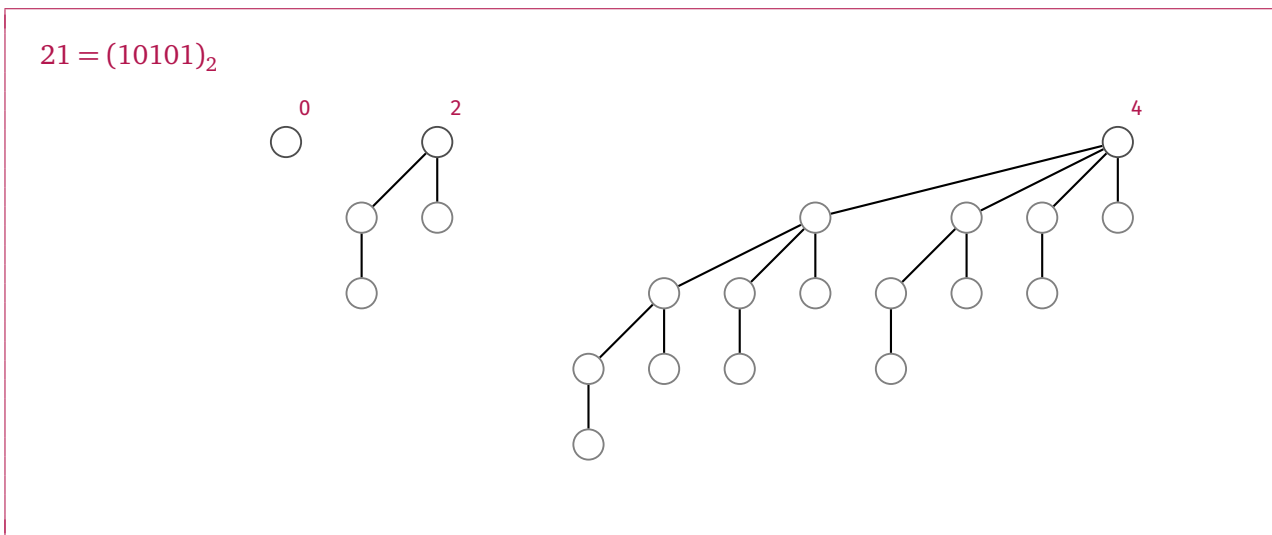
    graph TD
      50((50)) --- 30((30))
      50 --- 70((70))
      30 --- 20((20))
      30 --- 40((40))
      20 --- 10((10))
      40 --- 35((35))
      70 --- 80((80))
      50 --- BF50("3 / -1")
      30 --- BF30("2 / 0")
      70 --- BF70("1 / 1")
      20 --- BF20("1 / -1")
      40 --- BF40("1 / -1")
      10 --- BF10("0 / 0")
      35 --- BF35("0 / 0")
      80 --- BF80("0 / 0")
  
```

Jest AVL.

9. (2 punkty) Dla zadanego drzewa *splay* proszę naszkicować stany drzewa po sukcesywnie wykonywanych operacjach dodawania elementu o wartości 50 i usuwania elementu o wartości 10.



10. (1 punkt) Proszę naszkicować kopiec dwumianowy zawierający 21 elementów. Na rysunku proszę oznaczyć rzędy poszczególnych drzew dwumianowych.



Miejsce na notatki: